Mathematik Grundlagen

Prof. Dr. M. Strobel, Raum WH C 213
strobel@htw-berlin.de

Mathematische Grundlagen

- Rechnen mit Potenzen
- Trigonometrie
- Polynome und quadratische Gleichungen
- Komplexe Zahlen
- Rechnen mit Vektoren
- Ableitungen und Integrale
- Differenzialgleichungen
- Größenordnungen und signifikante Stellen

Zehnerpotenzen

Atto	-18	a
Femto	-15	f
Pico	-12	p
Nano	-9	n
Mikro	-6	u
Milli	-3	m
Centi	-2	c
Dezi	-1	d
Deka	1	da
Hekto	2	h
Kilo	3	k
Mega	6	M
Giga	9	G
Tera	12	T
Peta	15	P
Exa	18	E

Potenzen und Wurzeln

$$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$$

$$a^m : a^n = a^{(m-n)}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

- Binomische Formeln:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

- Quadratische Gleichungen

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Rightarrow x_{1;2} = -p/2 \pm \sqrt{(p/2)^2 - q}$$

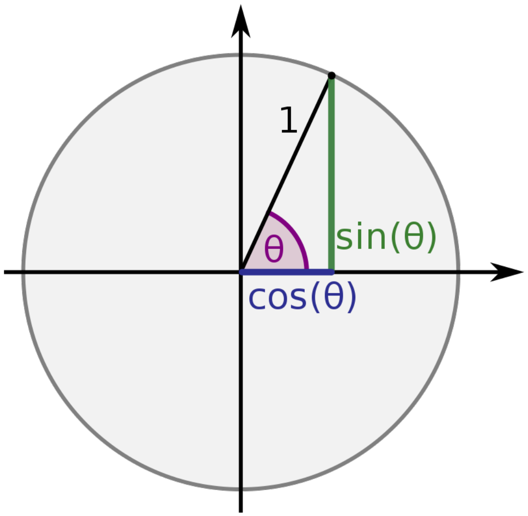
Trigonometrie

$$sin(\Theta) = \frac{Gegenkathete}{Hypothenuse}$$

$$cos(\Theta) = \frac{Ankathete}{Hypothenuse}$$

$$tan(\Theta) = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$

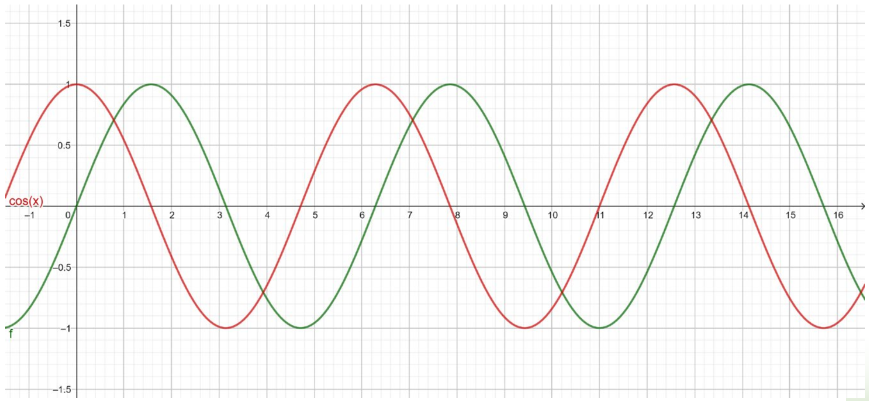
Einheitskreis



Beispiel Sinusfunktion mit unterschiedlichen Parametern

$$y(t) = A \cdot sin(bt + \varphi)$$

Sin und Cos Funktion



Komplexe Zahlen

$$i^2 = -1$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

$$z = a + bi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

mit $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ und $\tan\varphi = b/a$

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = r \cdot e^{i\varphi}$$

$$e^{i\varphi} \cdot e^{-i\varphi} = 1$$

Rechnen mit Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} , \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix} , \qquad n \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} n \cdot a_1 \\ n \cdot a_2 \\ n \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

$$n \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = n \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)}$$ (Betrag)

Rechnen mit Vektoren, Skalarprodukt

$$\vec{a}\,\vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b})$$

$$= a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

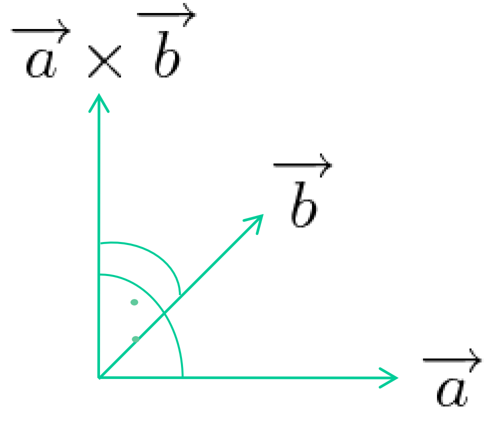
$$\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\,\vec{b} + \vec{a}\,\vec{c}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = 0 \quad \text{oder} \quad \vec{b} = 0 \quad \text{oder} \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

Rechnen mit Vektoren, Vektor- oder Kreuzprodukt

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

„Rechte-Hand-Regel"



$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \quad \text{wenn} \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = 0 \quad \text{oder} \quad \vec{b} = 0 \quad \text{oder} \quad \vec{a} \parallel \vec{b}$$

Ableitungen und Integrale

- Ableitung ≙ Steigung der Funktion

Funktion: $f(x)$, Ableitung: $f'(x) = \underbrace{\frac{df(x)}{dx}}_{\text{Differentialquotient}}$

Differential: $df(x) = f'(x) \cdot dx$

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$(c \cdot f)' = c \cdot f'$$

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$$

$$g : x \longrightarrow g(x), \; f : g \longrightarrow f(g) \quad \Rightarrow \quad f \circ g : x \longrightarrow f(g(x))$$

$$(f \circ g)' = (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \quad \text{bzw.} \quad \frac{df}{dx} = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx}$$

Ableitungen und Integrale

Ableitung

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x^n	nx^{n-1}
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$

Stammfunktion

$f(x)$	$F(x)$
c	cx
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x$
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
e^x	e^x
a^x	$\frac{a^x}{\ln x}$
$\ln x$	$x \cdot \ln x - x$

Differentialgleichungen

Differentialgl.	Lösung
$f'(x) + af(x) = 0$	$f(x) = c \cdot e^{ax}$
$f'(x) + af(x) = g(x)$	schwierig
$f''(x) + af'(x) + bf(x) = 0$	schwierig
$f''(x) + af(x) = 0$	$f(x) = c_1 \cdot e^{i\sqrt{a}x} + c_2 \cdot e^{-i\sqrt{a}x}$

Rechnen mit Maßeinheiten, Genauigkeiten

- Maßeinheiten und Zehnerpotenzen in Gleichungen werden behandelt wie jede andere algebraische Größe auch.

- Zwei physikalische Größen lassen sich nur dann sinnvoll addieren oder subtrahieren, wenn sie die gleiche Einheit haben.

- Die Anzahl der signifikanten Stellen muss der Genauigkeit des Wertes angepasst sein.

ENDE

Mathematik Grundlagen
Prof. Dr. M. Strobel, Raum WH C 213
strobel@htw-berlin.de